



80-646-08 -Calcul stochastique I

Hiver 2011 :J01

Gauthier, Geneviève

MAINTENANCE:

ZoneCours sera
non disponible
samedis de 1h à
6h du matin.
Merci de votre
collaboration.

Présentation

Objectifs

Le cours est basé sur l'étude des principaux outils de la théorie de la probabilité qui sont utilisés en finance et en ingénierie financière. Bien que les applications soient liées à ces domaines et que de nombreux exemples seront étudiés en classe et lors des travaux, c'est un cours de mathématiques, ce qui implique la démonstration des résultats. Le principal objectif de ce cours est de rendre l'étudiant à l'aise avec les concepts mathématiques qu'il doit couramment employer en ingénierie financière : processus de diffusion, mesure neutre au risque, la structure de l'information, les martingales, etc. Le cours est divisé en deux principaux blocs : le premier concernant les modèles à temps discret et le second traitant des modèles à temps continu. Chacune de ces parties est à nouveau subdivisée : une section plus théorique où l'on introduit les concepts mathématiques et une deuxième section dans laquelle ses outils mathématiques sont utilisés.

Préalable : 3-602-84

Coordonnées

Professeur titulaire : Geneviève Gauthier

Bureau :4.832

Secrétaire : Audrey Grondin

Bureau :4.632

Disponibilité :de 8h à 12h et de 13h à 16h30

Matériel pédagogique

Références bibliographiques

- **Notions de base de la théorie des probabilités**



- [Probability and measure / Patrick Billingsley](#)

ISBN : 0471007102

Patrick Billingsley (1995). *Probability and Measure*, Third Edition, Wiley, New York.

Ce livre s'adresse aux personnes ayant une bonne formation en mathématiques. Tous les résultats importants de la théorie des probabilités s'y retrouvent avec leur démonstration. On y trouve une grande sélection d'exercices de tous les niveaux de difficulté. Ce livre est nettement au-dessus du niveau fixé pour ce cours.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.



- [Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance / Damien Lambert, Bernard Lapeyre](#)

ISBN : 2729847820

Damien Lambert et Bernard Lapeyre (1997). *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, deuxième édition, Ellipses, Paris.

La première section du chapitre 1 porte sur les outils probabilistes nécessaires lors de la modélisation de marchés financiers. C'est un livre qui aborde les questions liées à la finance et explique ensuite les notions mathématiques utilisées. Aucun compromis quant à la rigueur mathématique mais la présentation peut être assez aride!

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.



- [Introduction to probability models / Sheldon M. Ross](#)

ISBN : 0125984707

Sheldon M. Ross (1997). *Introduction to Probability Models*, sixième édition, Academic Press, New York.

Les trois premiers chapitres abordent ces thèmes en présentant de nombreux exemples et exercices. Seule la notion de filtration n'est pas traitée. C'est un manuel très bien écrit, qui ne s'adresse pas qu'aux mathématiciens sans pourtant tourner les coins ronds lorsqu'il est temps de démontrer les résultats mathématiques. Il existe maintenant une septième édition de ce livre. Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

- **Processus markovien et martingale**

BIBLIO

- [A first course in stochastic processes / Samuel Karlin, Howard M. Taylor](#)

ISBN : 0123985528

Samuel Karlin et Howard M. Taylor (1975). *A First Course in Stochastic Processes*, Second Edition, Academic Press, San Diego.

On trouve dans les chapitres 3 et 4 de ce livre une bonne introduction aux chaînes de Markov. Les calculs et démonstrations sont faits de façon détaillée, ce qui en facilite la compréhension. Le chapitre 6 porte sur les martingales à temps discret. Encore une fois, les démonstrations sont faites de façon détaillée, ce qui en facilite la compréhension.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance / Damien Lamberton, Bernard Lapeyre](#)

ISBN : 2729847820

Damien Lamberton et Bernard Lapeyre (1999). *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, Ellipses, Paris.

Section 2.1 du premier chapitre.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Introduction to probability models / Sheldon M. Ross](#)

ISBN : 0125984707

Sheldon M. Ross (1997). *Introduction to Probability Models*, sixième édition, Academic Press, New York.

Les chapitres 4 et 6 traitent des processus markoviens. La notion de martingale est présentée dans le chapitre 10. On y trouve des exemples d'applications en finance. Il existe maintenant une septième édition de ce livre.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

- **Modèles de marché financier à temps discret**

BIBLIO

- [Financial calculus : an introduction to derivative pricing / Martin Baxter, Andrew Rennie](#)

ISBN : 0521552893

Martin Baxter and Andrew Rennie (2000). *Financial Calculus : An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press.

Excellent bouquin ! Les deux premiers chapitres du livre abordent les notions de finance et le modèle binomial avec une clarté éblouissante. Très intuitif.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

- J. Michael Harrison et Stanley R. Pliska (1981), *Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of continuous Trading, Stochastic Processes and their Applications*, 11 215-260.

La deuxième section de cet article aborde un modèle de marché à temps et à états discrets. La présentation est claire et rigoureuse et les notions principales couramment utilisées en finance telles l'arbitrage, les droits conditionnels, la complétude du marché, etc. y sont abordées. C'est un des articles de bases à ce sujet.

BIBLIO

- [Options, futures, and other derivatives / John C.](#)

ISBN : 0131864793

Options, futures, and other derivatives / John C. Hull

John C. Hull (1997). *Options Futures and Other Derivatives*, third edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.

Le chapitre 9 s'intitule " Introduction to Binomial Tree " et présente ce modèle de marché qui est fréquemment utilisé. L'intérêt de ce livre réside dans sa présentation des concepts de base liés à la finance. Les étudiants possédant peu de connaissances du fonctionnement des marchés financiers profiteront des premiers chapitres du livre. Le traitement mathématique de certaines notions décevra les puristes!

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance / Damien Lamberton, Bernard Lapeyre](#)

ISBN : 2729847820

Damien Lamberton et Bernard Lapeyre (1997). *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, deuxième édition, Ellipses, Paris.

Troisième section du premier chapitre. Tout y est présenté de façon succincte. Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Problème de Snell et option américaine](#)

Jacques Neveu (1972). *Martingales à temps discret*, Masson et cie. Paris.

- Le chapitre 6 : problèmes d'optimisation, comporte une section sur ce problème et quelques exemples d'applications. Présentation soignée et mathématiquement rigoureuse.

Disponible à la bibliothèque de mathématiques de l'Université de Montréal.

BIBLIO

- [Le calcul stochastique](#)

BIBLIO

- [Financial calculus : an introduction to derivative pricing / Martin Baxter, Andrew Rennie](#)

ISBN : 0521552893

Martin Baxter and Andrew Rennie (2000). *Financial Calculus : An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press.

Le chapitre 3 présente les notions mathématiques et les chapitres subséquents traitent des applications. Intuitif mais plusieurs détails sont omis et les auteurs se permettent certains raccourcis.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Stochastic calculus : a practical introduction / Richard Durrett](#)

ISBN : 0849380715

Richard Durrett (1996). *Stochastic Calculus, A Practical Introduction*, CRC Press, New York.

Le traitement mathématique est très rigoureux et la présentation est pédagogique. Cependant, il faut être à l'aise avec les notions de base de la théorie de la mesure.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Brownian motion and stochastic calculus / Ioannis Karatzas, Steven E. Shreve](#)

ISBN : 0387976558

Ioannis Karatzas et Steven E. Shreve (1991). *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, 2nd edition, Springer-Verlag, New York.

Tout comme le livre précédent, celui-ci s'adresse aux lecteurs possédant une solide formation en mathématiques.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

BIBLIO

- [Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance / Damien Lamberton, Bernard Lapeyre](#)

ISBN : 2729847820

Damien Lamberton et Bernard Lapeyre (1999). *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, Ellipses, Paris.

Chapitres 3, 4 et 5. Le calcul stochastique est une notion très difficile et il n'est pas possible de le

présenter en toute rigueur sans saupoudrer le texte de conditions techniques décrites par les alphabets grecs et gothiques au grand complet ! Cependant, ce livre a l'avantage de le présenter dans le contexte financier, permettant l'interprétation des résultats dans un contexte où l'intuition peut être très utile. Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.



- **Les applications en finance**



- **Financial calculus : an introduction to derivative pricing / Martin Baxter, Andrew Rennie**

ISBN : 0521552893

Martin Baxter and Andrew Rennie (1997). *Financial Calculus : An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.



- **Arbitrage theory in continuous time / Tomas Björk**

ISBN : 0198775180

Tomas Björk (1998). *Arbitrage Theory in Continuous Time*, Oxford University Press.

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.



- **La structure par terme des taux d'intérêt / Christophe Bisière**

ISBN : 2130486460

Christophe Bisière (1997). *La structure par terme des taux d'intérêt*, Presses universitaires de France

Disponible à la bibliothèque de HEC Montréal.

Travaux et examens

Devoirs (20%)

Un examen intra (30%)

De 8h30 à 11h30

Date : 2011-03-08

Un examen final (50%)

De 9h à 12h

Date : 2011-04-26

Plagiat

Les étudiants sont priés de prendre connaissance des actes et des gestes qui sont considérés comme étant du plagiat ou une autre infraction de nature pédagogique, de la procédure et des sanctions, qui peuvent aller jusqu'à la suspension et même l'expulsion de l'École. Toute infraction sera analysée en fonction des faits et des circonstances, et une sanction sera appliquée en conséquence. [En savoir plus.](#)

Liste des thèmes

Thème 1 : Bases mathématiques (3 séances)

Description

- Introduction à la théorie de la mesure (ensemble fondamental, tribu, mesure de probabilité, filtration)
 - Variable aléatoire, processus stochastique, temps d'arrêt.
 - Espérance conditionnelle
 - Martingale
- Ref. [2], [7]

Thème 2 : Applications à l'ingénierie financière (3 séances)

Description

- Modélisation des concepts financiers à l'aide de processus prévisibles et adaptés (processus de prix, stratégie d'investissement, opportunité d'arbitrage), construction des filtrations.
- Passage en monde neutre au risque : condition d'existence des mesures martingales, théorème de Radon-Nikodym, etc.

c) Enveloppe de Snell et son application à la tarification d'options américaines.
Ref. [1], [6], [8], [9]

Thème 3 : Calcul stochastique (3 séances)

Description

a) Convergence de suite de variables aléatoires
b) Mouvement brownien
c) Intégrale stochastique
d) Théorème de Girsanov
e) Théorème de représentation des martingales
Ref. [1], [5], [7], [8]

Thème 4 : Applications (3 séance)

Description

Ref. [1], [3], [4]

Dernière mise à jour: 2011-02-15 14:13
Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion
Geneviève Gauthier © HEC Montréal, 2011. Tous droits réservés.
ZoneCours: v2_2_01_00_uk
zonecours@hec.ca